1.2.17 Hybnost, impulsová věta

Předpoklady: 010206

Př. 1: Na základě zkušeností z tělocviku (chytání a házení míčů) vysvětli, které veličiny určují „množství pohybu“ schovaného v předmětu (a tedy i námahu, kterou musíme na chycení nebo hození vynaložit).

„Množství pohybu“ závisí na:
- rychlosti předmětu (míče s vyšší rychlostí se zastavují (chytají) hůře než pomalé míče),
- hmotnosti předmětu (těžší míče se hůře chytají i házejí).

$\Rightarrow$ Pro vyjádření pohybového stavu tělesa se používá nová veličina **hybnost**.

Hybnost tělesa je veličina definovaná jako součin hmotnosti a rychlosti: $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$

- Hybnost je vektorová veličina (má stejný směr jako rychlost).
- Jednotka $1\,\mathrm{kg} \cdot 1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.
- V některých partiích fyziky se používá místo rychlosti (fyzika mikrosvěta).

Př. 2: Urči hybnosti:
a) člověka o hmotnosti 70 kg jdoucího rychlostí 5km/h,
b) automobilu o hmotnosti 15 tun jedoucího rychlostí 90 km/h,
c) kosmického smetí o hmotnosti 10 g letícího rychlostí 8 km/s,
d) nákladního vlaku o hmotnosti 150 tun stojícího na nádraží.

a) člověk o hmotnosti 70 kg jdoucí rychlostí 5km/h
$v = 5\,\mathrm{km/h} = 1{,}39\,\mathrm{m/s}$
$p = mv = 70 \cdot 1{,}39\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s} = 97\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}$
b) automobil o hmotnosti 15 tun jedoucí rychlostí 90 km/h
$v = 90\,\mathrm{km/h} = 25\,\mathrm{m/s}$, $m = 15\,\mathrm{t} = 15000\,\mathrm{kg}$
$p = mv = 15000 \cdot 25\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s} = 375000\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}$
c) kosmické smetí o hmotnosti 10 g letící rychlostí 8 km/s
$v = 8\,\mathrm{km/s} = 8000\,\mathrm{m/s}$, $m = 10\,\mathrm{g} = 0{,}01\,\mathrm{kg}$
$p = mv = 0{,}01 \cdot 8000\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s} = 80\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}$
d) nákladní vlak o hmotnosti 150 tun stojící na nádraží
$v = 0\,\mathrm{m/s} \Rightarrow p = mv = 0\,\mathrm{m/s}$

Velmi často potřebujeme určovat změny hybnosti (znamenají změnu pohybového stavu). Můžeme je určovat dvěma způsoby:
- $\Delta p = p_2 - p_1 = mv_2 - mv_1$
- $\Delta p = m\Delta v = m(v_2 - v_1)$

Ve skutečnosti se oba způsoby liší pouze tím, zda počítáme změnu až u hybnosti nebo rovnou u rychlosti.

Př. 3: Urči změnu hybnosti:
a) Auta o hmotnosti 1600 kg, které zpomalilo z 90 km/h na 50 km/h.
b) Tenisového míčku o hmotnosti 58 g, který dopadl na tenisovou raketu rychlostí 25 m/s a odrazil se rychlostí 30 m/s zpět.

a) Auto o hmotnosti 1600 kg, které zpomalilo z 90 km/h na 50 km/h.
$v_1 = 90\,\mathrm{km/h} = 25\,\mathrm{m/s}$, $v_2 = 50\,\mathrm{km/h} = 13{,}9\,\mathrm{m/s}$
$p_1 = mv_1 = 1600 \cdot 25\,\mathrm{kg \cdot m/s} = 40000\,\mathrm{kg \cdot m/s}$
$p_2 = mv_2 = 1600 \cdot 13{,}9\,\mathrm{kg \cdot m/s} = 22200\,\mathrm{kg \cdot m/s}$
$\Delta p = p_2 - p_1 = 22200 - 40000\,\mathrm{kg \cdot m/s} = -17800\,\mathrm{kg \cdot m/s}$

b) u tenisového míčku o hmotnosti 58 g, který dopadl na tenisovou raketu rychlostí 25 m/s a odrazil se rychlostí 30 m/s zpět
$m = 58\,\mathrm{g} = 0{,}058\,\mathrm{kg}$, $\Delta v = v_2 - v_1 = 30 - (-25)\,\mathrm{m/s} = 55\,\mathrm{m/s}$ (rychlosti mají opačný směr)
$\Delta p = m\Delta v = 0{,}058 \cdot 55\,\mathrm{kg \cdot m/s} = 3{,}19\,\mathrm{kg \cdot m/s}$

Pedagogická poznámka: Cílem předchozího příkladu je připomenutí, že při výpočtech změn nestačí vždy jenom mechanicky odečítat dvě zadané hodnoty.

Hybnost používal místo rychlosti i Newton a to dokonce v 2. pohybovém zákoně:
Vyjdeme z našeho tvaru: $\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}$.
Chceme získat hybnost $\Rightarrow$ ve vzorci musíme vyrobit rychlost $\Rightarrow$ $\boldsymbol{a} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$.

$$\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{F}}{m} \quad / \cdot m$$

$$\frac{m\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \boldsymbol{F}$$

Výraz $m\Delta \boldsymbol{v} = m(\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1) = \Delta \boldsymbol{p}$

$\boldsymbol{F} = \frac{\Delta \boldsymbol{p}}{\Delta t}$ (Newtonovo vyjádření 2. pohybového zákona): Časová změna hybnosti je rovna působící síle.

- Platí i v situacích, kdy se mění hmotnost pohybujícího se předmětu (například raketa, jejíž hmotnost se během letu neustále zmenšuje tím, jak z ní unikají spálené plyny).
- Umožňuje řešit jednodušeji některé příklady.

Předchozí rovnice se často upravuje do tvaru: $\boldsymbol{F}\,\Delta t = \Delta \boldsymbol{p}$
- pravá strana: změna hybnosti,
- levá strana: součin velikosti síly a doby, po kterou působila = **impuls síly**.

Impuls síly se rovná změně hybnosti.

Př. 4: Několik mincí je poskládáno na sebe do sloupce. Navrhni způsob, jak ze sloupce mincí dostat tu nejspodnější bez toho, aby se celý sloupec zbortil.

Pokud se sloupec mincí nesmí zbortit, nesmí se příliš změnit jeho hybnost $\Rightarrow$ podle vztahu $\boldsymbol{F}\,\Delta t = \Delta\boldsymbol{p}$ musíme minimalizovat působící impuls síly. Sílu, kterou na sebe dvě spodní mince působí nedokážeme ovlivnit $\Rightarrow$ musíme co nejvíce zkrátit dobu, po kterou spodní minci vyndáváme.
Vezmeme například pravítko, rychle s ním pohybujeme po stole tak, abychom jeho koncem narazili do nejspodnější mince a tím ji vyrazili ven. Pokud je pohyb pravítka dostatečně rychlý, mince ve sloupci se ani nehnou.

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad tvoří velmi vděčný pokus. Na první pohled se studentům nezdá příliš pravděpodobné, že by někdo minci zespodu vyndal, přesto se pokus v naprosté většině případů vydaří. Důležité je používat pravítko, které je tenčí než spodní mince.
Někteří studenti si vzpomenou, že jde o velmi podobno situaci jako při vytrhávání ubrusu zpod nádobí.

Př. 5: Mezi oblíbené číšnicko-kouzelnické triky patří vytrhávání ubrusu zpod skleniček postavených na stole. Jakým způsobem je třeba vytrhnutí provést?

Velmi podobné předchozímu příkladu. Trhnutí musíme provést co nejrychleji, aby ubrus pohyboval pod skleničkou co nejkratší dobu a předal ji tak co nejmenší impuls síly.

Pedagogická poznámka: Neprovádím pokus se skleničkou a ubrusem, ale s lahvičkou od léků a svoji textilní taškou. Pokud je sklenička položena normálně, není provedení pokusu příliš těžké, ve chvíli, kdy se postaví víčkem dolů (vzhůru nohama) je daleko těžší a normálním trhnutím se nedaří. I v této situaci je možné s taškou uhnout a to tak, že se rukou přiblížíte ke skleničce, tím shrnete látku a ta se začne pod skleničkou pohybovat až v okamžiku, kdy má ruka velkou rychlost, čímž působí na skleničku tak krátce, že se nepřevrátí. Upozornim žáky, že jsem na provedení pokusu něco změnil a chci aby si všimli co (vysvětlili proč).

Dodatek: Podobný postup je možné použít také v supermarketech při odtrhávání pytlíků na ovoce a zeleninu jednou rukou.

Př. 6: Urči průměrnou sílu, která musí urychlovat automobil o hmotnosti 1600 kg, aby za 9 sekund zrychlil z 0 km/h na 100 km/h. Jaká musí být minimální hodnota koeficientu tření mezi koly vozu a povrchem silnice? Auto nemá speciální aerodynamickou úpravu, která by zvětšovala přítlak auta k silnici (a tedy i kolmou tlakovou sílu).

Použijeme Newtonův tvar 2. Newtonova zákona: $\boldsymbol{F} = \frac{\Delta\boldsymbol{p}}{\Delta t}$.

$v_1 = 0\,\mathrm{m/s}$, $v_2 = 100\,\mathrm{km/h} = 27{,}8\,\mathrm{m/s}$, $m = 1600\,\mathrm{kg}$, $\Delta t = 9\,\mathrm{s}$, $F = ?$

$\Delta v = v_2 - v_1 = 27{,}8 - 0\,\mathrm{m/s} = 27{,}8\,\mathrm{m/s}$

$\Delta p = m\Delta v = 1600 \cdot 27{,}8\,\mathrm{kg\cdot m/s} = 44500\,\mathrm{kg\cdot m/s}$

$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{44500}{9}\,\mathrm{N} = 4900\,\mathrm{N}$

Už víme, že auto pohání třecí síla $\Rightarrow$ určíme hodnotu F_t:

$F_t = N \cdot f = F_g f = mgf$

$f = \frac{F_t}{mg} = \frac{4900}{1600 \cdot 10} = 0,31$

Auto musí urychlovat síla 4900 N. Koeficient tření mezi koly a povrchem silnice musí být větší než 0,31.

Př. 7: Basketbalový míč o hmotnosti 600 g, dopadl na zem rychlostí 5,5 m/s a odrazil se rychlostí 5,3 m/s zpátky. Jakou silou na něj působila podlaha haly, pokud odraz trval 0,005 s.

$m = 600\,\mathrm{g} = 0,6\,\mathrm{kg}$, $v_1 = -5,5\,\mathrm{m/s}$, $v_2 = 5,3\,\mathrm{m/s}$, $\Delta t = 0,005\,\mathrm{s}$, $F = ?$

Použijeme vzorec $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$.

$\Delta v = v_2 - v_1 = 5,3 - (-5,5)\,\mathrm{m/s} = 10,8\,\mathrm{m/s}$

$\Delta p = m\Delta v = 0,6 \cdot 10,8\,\mathrm{kg \cdot m/s} = 6,48\,\mathrm{kg \cdot m/s}$

$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{6,48}{0,005}\,\mathrm{N} = 1300\,\mathrm{N}$

Podlaha působí na míč silou 1300 N.

Jak je možné, že nám míč nezlomí ruku, když na něj podlaha musí při normálním pádu působit tak, obrovskou silou?
Síla od podlahy musí být obrovská, protože podlaha je tvrdá a odraz o ní trvá velmi krátkou dobu. Od ruky se tak rychle nikdy neodrazí, proto je síla, kterou míč na ruku působí, daleko menší.

Př. 8: Pinpongový míček na závaží.

Shrnutí: „Množství pohybu“ v tělese vyjadřujeme pomocí hybnosti $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$.